

# 11 sujets « type-bac »

## Oral de rattrapage 2018

### Série S - Mathématiques

Enseignement spécifique

(anciennement obligatoire)

### Énoncés et corrigés

#### Félicitations !

Ce document va vous aider à préparer votre oral de rattrapage du baccalauréat en un minimum de temps et avec un maximum d'efficacité ! Vous avez fait le bon choix !

Remarques importantes :

1. à l'oral de rattrapage, chaque candidat doit être interrogé sur **deux thèmes différents** du programme ;
2. concrètement, le candidat sélectionne un sujet au hasard, ce sujet est donc composé de deux exercices. Le candidat dispose d'un temps de préparation de 20 minutes pour résoudre les deux exercices proposés puis il expose, au tableau ou face à l'examinateur, ses solutions, durant 20 minutes également ;
3. s'il a des difficultés, l'examinateur pourra l'aider. L'examinateur peut également poser des questions de cours ou, s'il juge le candidat à l'aise, **des questions de prolongement** afin de valoriser sa note ;
4. la difficulté des exercices proposés doit être plus modeste qu'aux épreuves écrites ;
5. nous rappelons que le jour du baccalauréat, **les méthodes de raisonnement ainsi que la qualité de la rédaction utilisées par le candidat entrent dans une part importante de l'évaluation** ;
6. nous vous proposons, dans ce document, une série de sujets typiques corrigés en détail avec des questions possibles de prolongement ;
7. n'hésitez-pas à venir (re)visiter notre site ci-dessous pour trouver les dernières versions de nos documents et également découvrir nos autres productions.



Ce document est **privé** et **non libre de droit**. Sa diffusion ailleurs que sur le site [question-type-bac.fr](http://question-type-bac.fr) est interdite.

<http://question-type-bac.fr/>

- SUJET 1 -

**Question 1 - Probabilités conditionnelles**

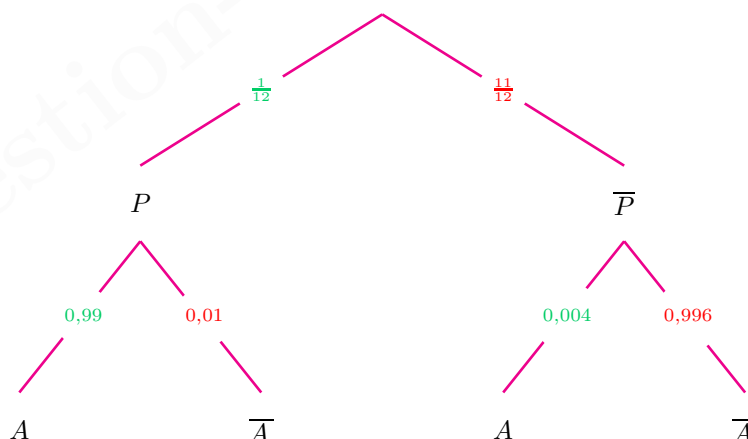
Dans un pays, certaines personnes sont allergiques à un certain aliment. Un laboratoire élabore un test de dépistage et le fait passer à un échantillon de 3000 personnes (allergiques ou non) prises au hasard dans la population. Sur ces 3000 personnes, 250 se révèlent positives à ce test.

Le laboratoire remarque, de plus, que sur les personnes positives au test, 99% sont allergiques. Tandis que pour les personnes négatives au test, on en trouve 0,4% qui sont allergiques.

1. Illustrer cette situation à l'aide d'un arbre. On notera  $P$  l'événement « la personne est positive au test » et  $A$  l'événement « la personne est allergique ».
2. Démontrer que  $\mathbb{P}(A) \approx 0,0862$ .
3. Un test d'allergie est considéré comme efficace lorsque la probabilité qu'une personne de l'échantillon soit positive sachant qu'elle est allergique est égale au moins à 95%.  
Le test de ce laboratoire est-il efficace ? (Justifier)

<http://question-type-bac.fr>

1. Arbre illustrant la situation :



2. D'après la formule des probabilités totales appliquées à la partition  $P \cup \bar{P}$ , on a :

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A \cap P) + \mathbb{P}(A \cap \bar{P}) = \frac{1}{12} \times 0,99 + \frac{11}{12} \times 0,004 \approx 0,0862$$

3. Il s'agit de calculer la probabilité conditionnelle suivante :

$$\mathbb{P}_A(P) = \frac{\mathbb{P}(A \cap P)}{\mathbb{P}(A)} = \frac{\frac{1}{12} \times 0,99}{0,0862} \approx 0,957$$

Le test de ce laboratoire est donc efficace (de justesse).

**QUESTION DE PROLONGEMENT**

Une personne non allergique à cet aliment passe ce test. Quel est la probabilité que le test soit malgré tout positif ?

Il s'agit ici de calculer la probabilité conditionnelle suivante :

$$\mathbb{P}_{\bar{A}}(P) = \frac{\mathbb{P}(P \cap \bar{A})}{\mathbb{P}(\bar{A})} = \frac{\frac{1}{12} \times 0,01}{1 - 0,0862} \approx 9,12 \times 10^{-4}$$

Le test produit donc des « faux positifs » dans 0,0912% des cas.

**QUESTION DE PROLONGEMENT N° 2**

Les événements  $P$  et  $A$  sont-ils indépendants ?

Pour savoir si les événements  $A$  et  $P$  sont indépendants, on calcule séparément :

$$\mathbb{P}(A \cap P) = \frac{1}{12} \times 0,99 \approx 0,0825$$

et :

$$\mathbb{P}(A) \times \mathbb{P}(P) = 0,0862 \times \frac{1}{12} = 0,007$$

On constate que :

$$\mathbb{P}(A \cap P) \neq \mathbb{P}(A) \times \mathbb{P}(P)$$

Les événements  $A$  et  $P$  ne sont pas indépendants.

### Question 2 - Calcul d'intégrales

Soit  $x$  un réel strictement positif.

1. Calculer l'intégrale  $I(x) = \int_3^x \frac{1}{t} dt$ .

2. Vérifier que le trinôme  $t^2 - 3t + 3$  est strictement positif, pour tout réel  $t$ .

Calculer l'intégrale  $J(x) = \int_0^x \frac{2t-3}{t^2-3t+3} dt$ .

3. Résoudre l'équation  $I(x) = J(x)$ .

<http://question-type-bac.fr>

1. On a :

$$I(x) = [\ln(t)]_3^x = \ln(x) - \ln(3)$$

2. Le discriminant du trinôme  $t^2 - 3t + 3$  est  $\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 3 = 9 - 12 = -3 \leq 0$ . Donc ce trinôme ne s'annule jamais. Il est toujours du signe de  $a = 1$  c'est-à-dire strictement positif.

La fonction  $t \mapsto \frac{2t-3}{t^2-3t+3}$  est de la forme  $\frac{u'}{u}$  avec  $u(t) = t^2 - 3t + 3 > 0$ . Elle admet donc des primitives de la forme  $\ln(u) + k$  où  $k$  est une constante. On a donc :

$$J(x) = [\ln(t^2 - 3t + 3)]_0^x = \ln(x^2 - 3x + 3) - \ln(3)$$

3. L'équation  $I(x) = J(x)$  s'écrit :

$$\ln(x) - \ln(3) = \ln(x^2 - 3x + 3) - \ln(3)$$

$$\ln(x) = \ln(x^2 - 3x + 3)$$

Et via la propriété  $\ln(A) = \ln(B) \iff A = B$  (pour toutes quantités  $A$  et  $B$  strictement positives), on a :

$$x = x^2 - 3x + 3$$

$$0 = x^2 - 4x + 3$$

On obtient une équation du second degré que l'on résout facilement ( $\Delta = 4$ ) :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 - 2}{2} = 1 \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 + 2}{2} = 3$$

### QUESTION DE PROLONGEMENT

Déterminer la limite suivante :  $\lim_{x \rightarrow 0} \int_x^{2x} \frac{1}{t} dt$

On a :

$$\int_x^{2x} \frac{1}{t} dt = [\ln(t)]_x^{2x} = \ln(2x) - \ln(x) = \ln(2)$$

Le résultat est constant.

Par conséquent :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \int_x^{2x} \frac{1}{t} dt = \ln(2)$$

.....

Découvrez l'intégralité des corrigés détaillés ainsi que des questions de prolongement sur notre site :

<http://question-type-bac.fr/se-preparer-a-l-oral-de-rattrapage/>

question-type-bac.fr