

Taux d'évolutions et pourcentages

Q 8 - Pourcentages - Taux d'évolutions

[★★] [75%]

Dans un pays, la compagnie d'électricité décide d'augmenter ses tarifs de 6% par an à partir du 1^{er} janvier 2015 et ceci durant 5 années consécutives.

1. Un ménage a dépensé 650 euros d'électricité pour l'année 2014. En supposant sa consommation identique chaque année, quel sera le montant de sa facture d'électricité pour l'année 2015 ? Et en 2019 ?
2. Calculer le pourcentage global d'évolution sur l'ensemble des 5 années, de 2015 à 2019.
3. En l'année 2020, la compagnie décide de ramener le tarifs au niveau de l'année 2014 (donc annuler les cinq hausses consécutifs de 6%). De quel pourcentage faudra-t-il alors baisser les tarifs ?

<http://question-type-bac.fr>

1. En 2015, ce ménage aura une facture de 689 euros car :

$$650 \times \left(1 + \frac{6}{100}\right) = 650 \times 1,06 = 689$$

Pour l'année 2019, on cumule 5 hausses consécutives de 6% :

$$650 \times \left(1 + \frac{6}{100}\right)^5 = 650 \times 1,06^5 \approx 869,85$$

En 2019, ce ménage aura une facture de 870 euros environ.

2. Puisque $1,06^5 \approx 1,338$, on peut affirmer que le pourcentage global d'évolution sur l'ensemble des 5 années, de 2015 à 2019 sera de 33,8% (et non 30%!). On peut aussi utiliser les calculs précédents et la formule suivante :

$$\frac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}} \approx \frac{869,85 - 650}{650} \approx 0,338 \approx \frac{33,8}{100}$$

3. Il s'agit de calculer le taux d'évolution réciproque. Le coefficient multiplicateur direct est $c_d = 1,06^5$. Nous savons que le coefficient multiplicateur réciproque c_r vérifie la relation :

$$c_r \times c_d = 1$$

$$c_r = \frac{1}{c_d} = \frac{1}{1,06^5} \approx 0,747$$

Or $0,747 = 1 - 0,253 = 1 - \frac{25,3}{100}$. En 2020, il faudra donc baisser les tarifs de 25,3% pour revenir au niveau des tarifs de 2014.

Q 9 - VRAI ou FAUX sur les pourcentages

[★★] [42%]

Une voiture coûte 15000 euros toutes taxes comprises (on suppose que le taux de T.V.A. est de 20%).

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse.

1. Le prix hors taxe de ce véhicule est de 12000 euros.
2. Le commerçant concède deux remises successives de 6% puis de 4% sur ce véhicule.
Le prix de cette voiture après ces deux remises est de 13500 euros.
3. L'année suivante, ce même véhicule passe de 15000 euros à 15750 euros. L'augmentation est de 5%.
4. Si le commerçant concède une remise de 5% sur le prix de 15750 euros, alors le prix de ce véhicule reviendra à 15000 euros.

<http://question-type-bac.fr>

1. C'est FAUX. En effet, le prix toutes taxes comprises (P_{TTC}) s'obtient par **augmentation** de 20% du prix hors taxe (P_{HT}) :

$$P_{TTC} = \left(1 + \frac{20}{100}\right) P_{HT}$$

$$15000 = 1,20P_{HT}$$

Et finalement :

$$P_{HT} = \frac{15000}{1,20} = 12500$$

Le prix hors taxe est donc de 12500 euros.

2. C'est FAUX. Le prix de la voiture après les deux remises est :

$$\left(1 - \frac{6}{100}\right) \left(1 - \frac{4}{100}\right) \times 15000 = 13536$$

Notons que le coefficient multiplicateur global après les deux remises est de :

$$c = \left(1 - \frac{6}{100}\right) \left(1 - \frac{4}{100}\right) = 0,94 \times 0,96 = 0,9024 = 1 - 0,0976 = 1 - \frac{9,76}{100}$$

Le cumul des deux remises correspond donc globalement à une remise de 9,76% et non 10%.

3. C'est VRAI. En effet :

$$\left(1 + \frac{5}{100}\right) \times 15000 = 15750$$

4. C'est FAUX. Une baisse de 5% n'annulera pas exactement la hausse de 5%. En effet :

$$\left(1 - \frac{5}{100}\right) \times 15750 = 0,95 \times 15750 = 14962,5$$

Q 10 - Placement d'un capital

[***] [29%]

Le 1^{er} janvier 2017, un particulier dépose une somme de 4000 euros sur un compte rémunéré à 3% d'intérêts annuels. Les intérêts sont composés, ce qui signifie qu'ils s'ajoutent chaque 1^{er} janvier au capital présent sur le compte. On suppose que le particulier ne fait aucun retrait ni dépôt d'argent sur son compte.

1. Quel sera le capital obtenu après 5 années ? (Autrement dit, la somme d'argent sur le compte au 1^{er} janvier 2022).
2. Combien d'années ce particulier devra-t-il attendre afin que son capital soit égal à 5000 euros au moins ?
3. Après 12 années, ce capital est de 5703,04 euros (au centime près). Les intérêts cumulés s'élèvent donc à 1703,04 euros. Si le compte avait été rémunéré annuellement à 1,5% seulement au lieu de 3%, de quel pourcentage ces intérêts seraient diminués ?

<http://question-type-bac.fr>

1. En 2022, ce capital s'élèvera à 4637 euros, environ :

$$4000 \times \left(1 + \frac{3}{100}\right)^5 = 4000 \times 1,03^5 \approx 4637,10$$

2. On cherche l'entier n tel que :

$$4000 \times \left(1 + \frac{3}{100}\right)^n \geq 5000$$

On peut facilement trouver en tâtonnant à l'aide de la calculatrice ou, de façon plus élégante (et précise) utiliser la fonction logarithme népérien :

$$\left(1 + \frac{3}{100}\right)^n \geq \frac{5}{4}$$